

## 8 二重倒立振子の製作と試験

電子部 小田原 幸 生

### 要 旨

現代制御理論を応用した機械・電子制御系の解析と開発のため、モデル試験装置として二重倒立振子（直列形）の製作を行い、並行してコンピュータ・シミュレーションによる検討を行った。

### 1. 緒 言

制御系の開発において機械や回路の挙動を正確に把握（解析）することは基本的なステップであり、現代制御理論の状態方程式による解析や設計は重要な手段である。古典的制御理論のボード線図は周波数軸での特性を表すが、状態方程式は時間軸における挙動を表し、多量の入出力パラメータを扱える。しかし、解析に繰り返し計算を要すのでコンピュータの利用や、やや専門的な数学的知識が必要となる。

そこで今回、現代制御論を応用した制御系の解析と開発の指導に役立てるためにモデル試験装置として二重倒立振子（直列形）の製作、コンピュータ・シミュレーションによる検討を行い、大分新技術交流プラザ（1993.10.29～31、於：大分市）などで展示・実演を行った。

### 2. 試験装置

図1に試験装置の概略図を、写真1、2に写真を示す。

試験装置はベースに市販の単独型倒立振子試験装置（ジャパン・イー・エム株式会社）を用い、2本の振子をアルミ製パイプ（ $\phi 4\text{mm} \times h 200 \sim 1000\text{mm}$ ）にして軽量にし、振子の軸受けには回転角（ $\phi_1$ 、 $\phi_2$ ）を検出するための滑らかな回転のポテンシオメータを利用した。しかし、振子が撓み振動が起き易い、固体摩擦等の非線形要素の影響が大きく出るなどの問題点も発生した。

制御用パソコンはPC9801を使用し、制御プログラムはC言語で記述した。

振子の位置、角度はポテンシオメータ（緑測器CPP-35B（単回転、 $10\text{k}\Omega$ ）シャフト径 $\phi 6\text{mm}$ ）を使い、4チャンネル・12ビットA/D変換器により、サンプリングは交流電源による誘導ノイズを除くため60（Hz）とし、 $\pm 1$ ビットの誤差範囲で検出を行った。台車速度（ $dx/dt$ ）、振子角速度（ $d\phi_1/dt$ 、 $d\phi_2/dt$ ）はサンプリングした前のデータとの差をサンプリング周期で割

算して用いた。

振子の駆動は直流モータを用い、12ビットD/Aコンバータ出力によるPWMチョッパ型直流モータ・ドライバを介して行った。この際、モータの不感帯、台車の固体摩擦力を考慮し、制御プログラムで出力を補正してスムーズな動きを得た。

### 3 解析、シミュレーション

状態方程式は下記の通りである。

変数は図1に、解析・試験の諸定数は表1に示す。粘性摩擦係数（ $D$ 、 $c_1$ 、 $c_2$ ）は固体摩擦の影響を含み、測定方法により値が変わるので中間的な値を用い、振子が水平に移動する際の空気抵抗は考慮していない。

表1 二重倒立振子試験装置の諸定数

$M=4.2(\text{kg})$	台車等価質量
$D=20(\text{kg/s})$	台車粘性摩擦係数
$m_1=0.057(\text{kg})$	振子質量(下)
$m_2=0.016(\text{kg})$	振子質量(上)
$L=0.2(\text{m})$	振子長さ(下)
$L'=0.5(\text{m})$	振子長さ(上)
$L_1=0.18(\text{m})$	振子支点・重心間距離 (下)
$L_2=0.20(\text{m})$	振子支点・重心間距離 (上)
$I_1=0.00022(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	振子慣性モーメント(上)
$I_2=0.00061(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	振子慣性モーメント(上)
$c_1=0.00070(\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})$	振子粘性摩擦係数(下)
$c_2=0.00079(\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s})$	振子粘性摩擦係数(上)

(※注 下側振子はポテンシオメータ2を含む。)

図2のシミュレーションで  
用いた6個の特性根(極)  
 $-7.2 \pm j 3.6,$   
 $-4.4 \pm j 2.2,$   
 $-3.6 \pm j 1.8,$

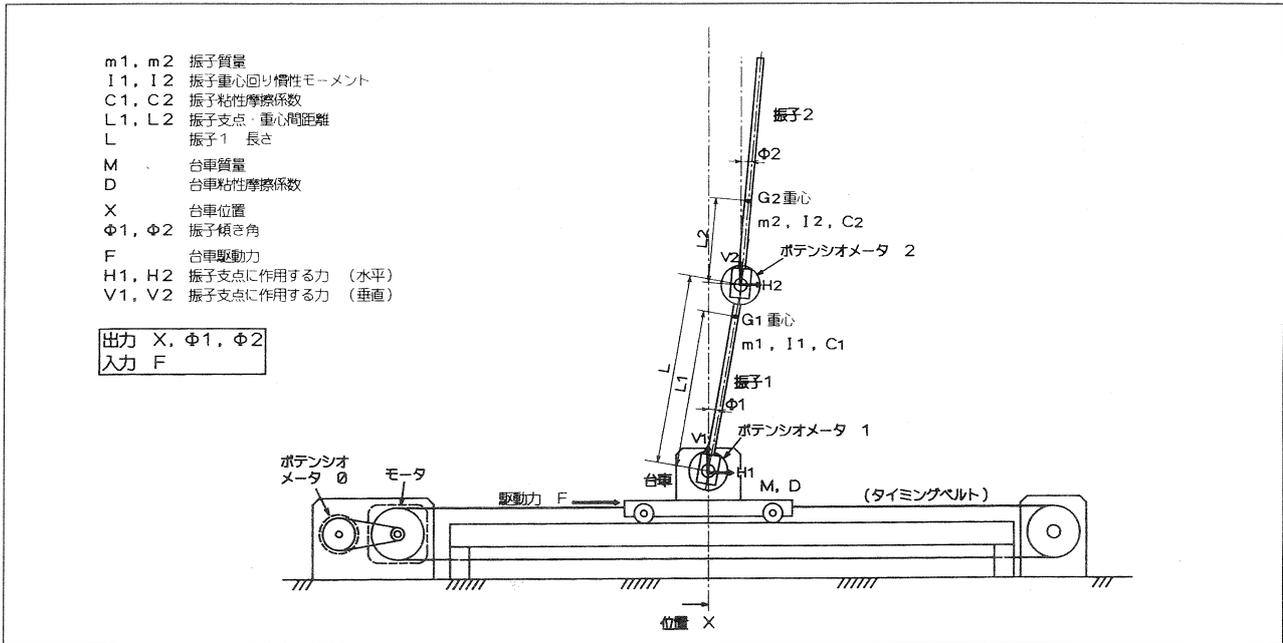


図1 二重倒立振り試験装置の概略図

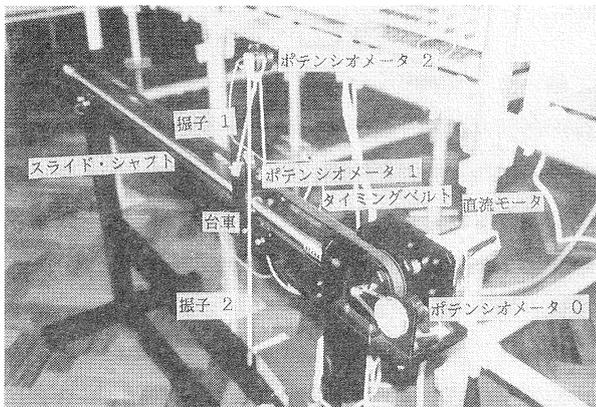


写真1 二重倒立振り試験装置

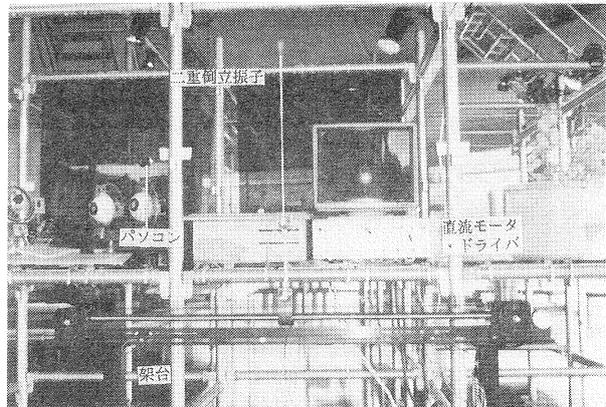


写真2 運転中

(振り1  $G_1$  回り)

$$I_1 d^2 \phi_1 / dt^2 = V_1 L_1 \sin \phi_1 + V_2 (L - L_1) \sin \phi_1 - H_1 L_1 \cos \phi_1 + H_2 (L - L_1) \cos \phi_1 - c_1 d \phi_1 / dt + c_2 d / dt (\phi_2 - \phi_1)$$

(振り1 水平)

$$H_1 + H_2 = m_1 d^2 / dt^2 (X + L_1 \sin \phi_1)$$

(振り1 垂直)

$$V_1 - V_2 - m_1 g = m_1 d^2 / dt^2 (L_1 \cos \phi_1)$$

(振り2  $G_2$  回り)

$$I_2 d^2 \phi_2 / dt^2 = V_2 L_2 \sin \phi_2 + H_2 L_2 \cos \phi_2 - c_2 d / dt (\phi_2 - \phi_1)$$

(振り2 水平)

$$H_2 = -m_2 d^2 / dt^2 (X + L_1 \sin \phi_1 + L_2 \sin \phi_2)$$

(振り2 垂直)

$$V_2 - m_2 g = m_2 d^2 / dt^2 (L \cos \phi_1 + L_2 \cos \phi_2)$$

(台車)

$$F - H_1 = M d^2 X / dt^2 + D dx / dt$$

上記の式と表1のデータを基に状態フィードバック制御を行った時のシュミレーション結果を図2①～④に示す。初期値、特性根(極)は図に表示。なお、特性根を決定するフィードバック係数行列は極配置法によって求め、直流モータの能力の範囲で速い応答性が得られる様に、かつ振子の撓みや台車を牽引するベルトなどによる振動を発生させない様に出力感度を制限し、試行錯誤により決定した。

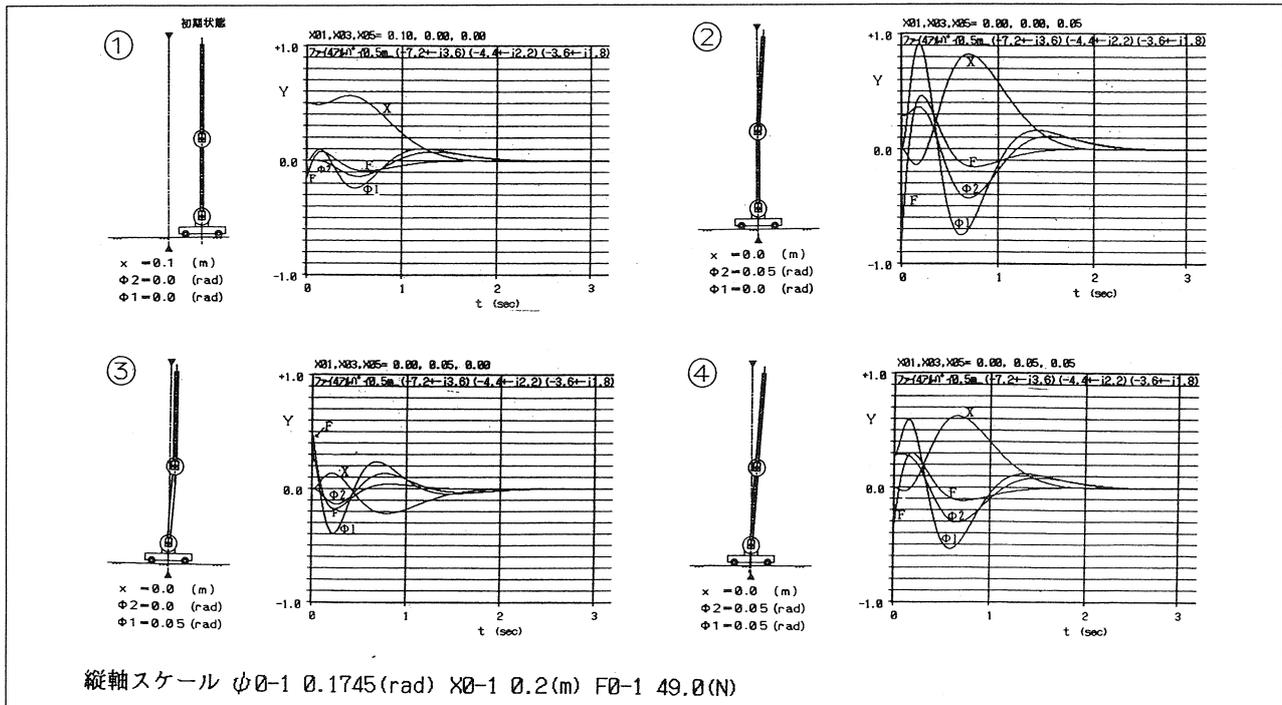


図2 二重倒立振り子シュミレーション結果

#### 4. 制御試験

二重倒立振り子の振動は、振り子を支える台車の位置を移動範囲の中央にし、振子上端を手で引っ張るようにして上下2本の振り子を目視で垂直に立て、基準位置・角度 ( $X, \phi_1, \phi_2 = 0.0$ ) を決定してから行う。停止はオペレータが指示した時か、リミット・スイッチ検出により台車が所定の移動範囲を越えた時、制御プログラムで計算された制御力が一定値を越えた時に行う。

シュミレーションでは、起動または外乱の発生から数秒以内に振り子を定位置で垂直に立てることができるはずであるが、実際は台車は振幅  $\pm 2 \sim 4$  cm のゆるやかに動きを繰り返す、ほぼ定位置でバランスをとりながら振り子を立てた。これは振り子軸受けの摩擦などの影響を受けているためと思われる。ちなみに単独型倒立振り子の場合には容易に安定化し、静止させることができる。

外乱を与えた場合では、動作中に装置をゆっくりと5程度傾けても振り子が倒れることはなかった。しかし、上の振り子の上部を振れた場合は敏感に反応し、振り子は倒れ易かった。これはシュミレーション、図2の②に相当するケースで、姿勢を立て直すために比較的速い操作を必要とするためと思われる。下の振り子を触れた場合や上の振り子でも下の方を触れた場合ならば、すぐに修整することができた。

#### 5. 結言

線形制御の検証と展示・実演のために、直列形二重倒立振り子の製作と制御試験を行い、①小型化、②手軽に実演(初期設定が粗くても可)、③外乱に対しても安定、という目標に対して満足できる結果が得られた。しかし、二重倒立振り子の制御は単一型と比べて高い応答性、精度が求められ、現状では機械系の剛性は十分ではない。また、振り子が軽量であるので摩擦力の影響を強く受けた。このため、実制御と理論との相違を生じ、試験では振り子の振れが完全に収束しきれずに残った。

今後、本装置を最適制御やファジィ制御の研究、技術指導にも役立てたい。

#### 参考文献

- 1) 機械制御入門  
雨宮好文監修/末松良一著 (オーム社)
- 2) PC-9801制御系設計プログラミング  
木村英紀・前田浩一・その他 (日刊工業新聞社)
- 3) パーソナルコンピュータによる自動制御計算法  
高橋安人編著 (オーム社)